

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«**Российский государственный гуманитарный университет**»
(ФГБОУ ВО «РГГУ»)

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ
Факультет информационных систем и безопасности
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

01.03.04 Прикладная математика

Код и наименование направления подготовки/специальности

Математика информационных сред

Наименование направленности (профиля)/ специализации

Уровень высшего образования: *бакалавриат*

Форма обучения: *очная*

РПД адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями
здоровья и инвалидов

Москва 2023

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

Рабочая программа дисциплины

Составители:

кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики
Викторова Н.Б.

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры
фундаментальной и прикладной математики
№ 8 от 06.04.2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка	4
1.1. Цель и задачи дисциплины	4
1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций	4
1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
2. Структура дисциплины	5
3. Содержание дисциплины	6
4. Образовательные технологии	7
5. Оценка планируемых результатов обучения	7
5.1 Система оценивания	7
5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине	8
5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	9
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	13
6.1 Список источников и литературы	13
6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».	14
6.3 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы	14
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины	14
8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов	14
9. Методические материалы	15
9.1 Планы практических занятий	15
9.2 Методические рекомендации по подготовке письменных работ	21
Приложение 1. Аннотация рабочей программы дисциплины	22

1. Пояснительная записка

1.1. Цель и задачи дисциплины

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: формирование у студентов базовых представлений о теории множеств, общей теории формальных исчислений, теории алгоритмов и теории доказательств.

Задачи дисциплины: студенты должны усвоить основные понятия и теоремы теории множеств, логики высказываний и предикатов, исчисления высказываний и предикатов, а также теории алгоритмов.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-1. Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1.1. Знает и определяет области реализации фундаментальных понятий и владеет опытом адаптации текущих задач к формальным теориям;	<p><i>Знать:</i> основные понятия математической логики и теории множеств, логико-математические языки, логические законы, формальные аксиоматические теории, континуум-гипотезу и аксиому выбора, машины Тьюринга, рекурсивные и рекурсивно-перечислимые множества и предикаты, примитивно-рекурсивные функции, элементы теории доказательств</p> <p><i>Уметь:</i> применять математический аппарат при решении типовых задач, а также обнаруживать применимость аппарата математической логики для решения задач из родственных областей науки и ее приложений</p> <p><i>Владеть:</i> способностью и готовностью к изучению дальнейших понятий и теорий, разработанных в современной математической логике, а также к оценке степени адекватности предлагаемого аппарата к решению прикладных задач</p>
	ОПК-1.2. Осуществляет поиск математических методов и умеет использовать необходимый теоретический материал для решения поставленных проблем;	<p><i>Знать:</i> основные понятия математической логики и теории множеств, логико-математические языки, логические законы, формальные аксиоматические теории, континуум-гипотезу и аксиому выбора, машины Тьюринга, рекурсивные и рекурсивно-перечислимые множества и предикаты, примитивно-рекурсивные функции, элементы теории доказательств</p> <p><i>Уметь:</i> применять математический аппарат при решении типовых задач, а также обнаруживать применимость аппарата математической логики для решения задач из родственных областей науки и ее приложений</p> <p><i>Владеть:</i> способностью и готовностью к изучению дальнейших понятий и теорий, разработанных в современной</p>

		математической логике, а также к оценке степени адекватности предлагаемого аппарата к решению прикладных задач
	ОПК-1.3. Владеет методами формализации естественнонаучных задач.	<p><i>Знать:</i> основные понятия математической логики и теории множеств, логико-математические языки, логические законы, формальные аксиоматические теории, континуум-гипотезу и аксиому выбора, машины Тьюринга, рекурсивные и рекурсивно-перечислимые множества и предикаты, примитивно-рекурсивные функции, элементы теории доказательств</p> <p><i>Уметь:</i> применять математический аппарат при решении типовых задач, а также обнаруживать применимость аппарата математической логики для решения задач из родственных областей науки и ее приложений</p> <p><i>Владеть:</i> способностью и готовностью к изучению дальнейших понятий и теорий, разработанных в современной математической логике, а также к оценке степени адекватности предлагаемого аппарата к решению прикладных задач</p>

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математическая логика» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин и прохождения практик: «Введение в математический анализ», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Дискретная математика», «Введение в теоретическую информатику».

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин (модулей) и прохождения практик: «Методы и алгоритмы теории графов», «Математический анализ», «Общая алгебра и теория чисел», «Теория вероятностей», «Математическая статистика и теория случайных процессов», «Прикладная статистика», «Дифференциальные уравнения», «Исследование операций», «Методы оптимизации», «Функциональный анализ», «Математическое моделирование», «Математические основы современной физики», «Численные методы», «Имитационное моделирование случайных процессов», «Теория систем и системный анализ», «Теория управления», «Теория информации», «Основы криптографии», «Теория кодирования», «Базы данных», «Системы управления базами данных», «Методы принятия решений», «Функциональное программирование», «Математическая теория игр», «Программные средства научных исследований», «Математическое моделирование квантовых систем и квантовые вычисления».

2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 академических часа.

Структура дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
2	Лекции	18
2	Практические занятия	20
Всего:		38

Объем дисциплины в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 106 академических часов.

3. Содержание дисциплины

Тема 1. Элементы теории множеств

Множества. Способы задания множеств, парадокс Рассела. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение, симметрическая разность. Диаграммы Эйлера-Венна. Основные свойства операций. Доказательство равенства множеств. Теорема Венна и таблицы принадлежности. Множество всех подмножеств данного множества. Декартово произведение множеств. Отношения, функции и отображения. Отношение эквивалентности. Мощность множества. Конечные и бесконечные множества, счетные и несчетные множества. Теорема Кантора о несчетности множества всех действительных чисел. Теорема Кантора-Бернштейна. Кардинальные числа. Частично упорядоченные множества, линейный и полный порядок, вполне упорядоченные множества. Ординальные числа, принцип трансфинитной индукции. Аксиома выбора и эквивалентные ей утверждения.

Тема 2. Исчисление высказываний

Язык логики высказываний. Элементарные и составные высказывания, логические связки, формулы. Интерпретация элементарных высказываний и формул. Булевы функции, таблицы истинности. Тавтологии, выполнимые и невыполнимые формулы. Семантическое следование и логическое равенство формул. Основные логические равенства, булева алгебра. Тождественные преобразования формул, дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы, полиномы Жегалкина. Полнота системы логических операций дизъюнкции, конъюнкции и отрицания. Представление произвольной булевой функции формулой, совершенные нормальные формы. Полные системы булевых функций. Теорема Поста. Приложение булевых функций для проектирования логических и переключательных схем. Методы распознавания тавтологий и логических равенств формул: таблицы истинности, алгебраический метод, алгоритм Куайна, алгоритм свертки. Общее понятие логического исчисления. Исчисления высказываний гильбертовского типа и генценовского типа. Доказательства в исчислении высказываний методом резолюций. Корректность и полнота метода резолюций для исчисления высказываний. Метод аналитических таблиц в исчислении высказываний. Классификация формул. Альфа и бета правила вывода. Доказуемые формулы. Теорема о корректности метода аналитических таблиц для исчисления высказываний. Лемма Хинтикки для логики высказываний. Теорема о полноте метода аналитических таблиц для исчисления высказываний. Приведение формул исчисления высказываний к ДНФ и КНФ методом аналитических таблиц.

Тема 3. Исчисление предикатов

Язык логики предикатов первого порядка. Предметные переменные и термы. Предикаты и логические операции. Кванторы существования и всеобщности. Формулы заданной сигнатуры. Истинность формулы на алгебраической системе. Отношение как интерпретация предиката. Булева алгебра отношений. Интерпретации и модели. Истинные, выполнимые и невыполнимые формулы. Семантическое следование и логическое равенство формул в логике предикатов. Основные логические равенства, тождественные преобразования формул, префиксная

нормальная форма. Сколемизация формул. Метод резолюций в исчислении предикатов. Принципы логического программирования и язык программирования Пролог. Приложения исчисления предикатов к базам данных и язык SQL. Метод аналитических таблиц для логики предикатов первого порядка. Классификация формул. Правила вывода. Доказуемые формулы. Корректность метода аналитических таблиц для логики предикатов. Полнота метода аналитических таблиц для логики предикатов. Формальные аксиоматические теории. Примеры.

Тема 4. Элементы теории алгоритмов

Машины Тьюринга. Примеры. Тезис Чёрча-Тьюринга. Универсальная машина Тьюринга. Неразрешимые алгоритмические проблемы. Разрешимые и перечислимые множества. Примитивно рекурсивные функции и отношения. Примитивная рекурсивность некоторых арифметических функций. Частично рекурсивные и общерекурсивные функции. Алгоритмы Маркова. Примеры. Эквивалентность моделей алгоритмов. Характеристики сложности алгоритмов. Переборные задачи. Алгоритмы сортировки.

Тема 5. Формальная арифметика и элементы теории доказательств

Формальная арифметика. Представление в формальной арифметике предикатов и функций. Арифметизация выводов. Теорема Гёделя о неполноте. Парадоксы «наивной» теории множеств. Язык теории множеств Цермело-Френкеля. О континуум-гипотезе и аксиоме выбора. Аксиоматическая теория множеств Цермело-Френкеля. Теорема Гёделя о полноте исчисления предикатов. О программе Гильберта обоснования математики.

4. Образовательные технологии

Для проведения *занятий лекционного типа* по дисциплине применяются такие образовательные технологии как вводная лекция с использованием видеоматериалов, лекция-беседа.

Для проведения *практических занятий* используются такие образовательные технологии как: решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.

В рамках *самостоятельной работы* студентов проводится консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты.

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1 Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		
- опрос	2 балла	10 баллов
- расчётно-графическая работа	10 баллов	40 баллов
- контрольная работа	10 баллов	10 баллов

Промежуточная аттестация - экзамен - ответы на вопросы билета - итоговая контрольная работа		20 баллов 20 баллов
Итого за семестр		100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно		не зачтено
0 – 19		F	

5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	отлично	Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения. Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».
82-68/ C	хорошо	Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей. Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».
67-50/ D,E	удовлетворительно	Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами. Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне –

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		«достаточный».
49-0/ F,FX	неудовлетворительно	Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Текущий контроль

Вопросы для опроса см. п.9.1 Планы практических занятий, контрольные вопросы

Примерные задания для расчётно-графической работы №1 по теме «Элементы теории множеств»:

ВАРИАНТ 1

В условиях задач использованы обозначения:

$A \cup B$ – объединение множеств A и B ;

$A \cap B$ (или просто AB) – пересечение множеств A и B ;

$-A$ – дополнение множества A до универсального множества U ;

$A - B$ – разность множеств A и B ;

$A \otimes B$ – симметрическая разность множеств A и B ;

$A \times B$ – декартово произведение множеств A и B ;

$\text{bool}(A)$ – множество всех подмножеств множества A (булеан множества A).

1. Универсальное множество U состоит из натуральных чисел меньших 8. Заданы множества $A = \{x \mid x \leq 4\}$, $B = \{2, 4, 5, 6\}$, $C = \{1, 3, 5, 6\}$, $D = \{x \mid x - \text{нечётное число}\}$, $E = \{1, 2, 6, 7\}$. Найдите множества X , Y и Z . $X = A \otimes (-D) \cup B$, $Y = -A \times (E - D)$, $Z = \text{bool}(AC) - \text{bool}(-E)$.

2. Табличным методом проверьте, является ли тождеством следующее равенство
 $(A \otimes B) \otimes (B \otimes (A \otimes B)) = B$.

Вычислите десятичный код симметрической разности левой и правой части равенства.

3. Упростите систему условий: $A \subseteq -B \otimes -C$; $AD \subseteq B \otimes -C$; $AB \subseteq C \cup D$; $AC \subseteq C \cup D$.

Приведите пример диаграммы Эйлера-Венна, для которой выполнены все данные условия. Если такая диаграмма не существует, то докажите это.

4. Дано уравнение с одним неизвестным множеством X
 $(A \otimes B) \otimes X = AB$.

Найдите необходимые и достаточные условия для множеств A и B , при которых данное уравнение имеет решение. Выразите решение уравнения через известные множества A и B .

5. Дана система уравнений с одним неизвестным множеством X
 $AX = AC$; $BX = BC$; $CX = AB$.

Найдите необходимые и достаточные условия для множеств A , B и C , при которых данная система уравнений имеет решение. Выразите решение системы через известные множества A , B и C .

**Примерные задания для расчётно-графической работы №2
по теме «Исчисление высказываний»:**

ВАРИАНТ 1

В условиях задач использованы обозначения:

$A \vee B$ – дизъюнкция высказываний A и B ;

$A \wedge B$ (или просто AB) – конъюнкция высказываний A и B ;

$\neg A$ – отрицание высказывания A ;

$A \rightarrow B$ – импликация высказываний A и B ;

$A \leftrightarrow B$ – эквиваленция высказываний A и B ;

\Rightarrow – знак логического следствия.

1. Проверьте с помощью алгоритма Куайна, верно ли логическое следствие $\{(A \rightarrow C) \rightarrow \neg AB\} \Rightarrow A \vee B$.
2. Проверьте алгебраическим методом, верно ли логическое следствие $\{A, B \rightarrow C\} \Rightarrow (A \rightarrow \neg C) \rightarrow \neg B$.
3. Проверьте методом свёртки, верно ли логическое следствие $\{C \rightarrow (A \vee B), D \rightarrow (B \vee C)\} \Rightarrow A \vee B \vee \neg D$.
4. Проверьте методом резолюций, верно ли логическое следствие $\{A \vee D, B \vee E, D \rightarrow C, D \vee C\} \Rightarrow AC \vee DE \vee B$.
5. Проверьте методом аналитических таблиц, верно ли логическое следствие $\{C \rightarrow (B \rightarrow A), C \vee D, D \rightarrow B, B \vee D\} \Rightarrow (D \rightarrow C) \rightarrow A$.

**Примерные задания для расчётно-графической работы №3
по теме «Исчисление предикатов»:**

ВАРИАНТ 1

1. Дана формула $\exists y (B(y) \vee \exists x \neg B(x))$. С помощью семантических таблиц выяснить является ли она всюду истинной, невыполнимой или нейтральной.
2. Используя семантические таблицы, проверить верно ли логическое следствие $\{\forall x (A(x) \vee B(x)), \exists x (A(x) \vee Q(x)), \exists x (Q(x) \rightarrow B(x))\} \Rightarrow \exists x B(x)$.
3. Данную формулу привести к префиксной форме и записать форму Сколема $\forall u \exists v Q(u, v) \wedge P(v, f(u)) \rightarrow \forall u \exists v W(u, v)$.
4. Для формулы $\forall x \exists y P(x, y) \rightarrow \forall y \exists x P(x, y)$ постройте контрпример, в котором область интерпретации состоит из нескольких объектов.
5. Используя метод резолюций, проверить верно ли логическое следствие $\{\forall x \exists y A(x, y), \exists x \forall y (B(x, y) \rightarrow A(x, y))\} \Rightarrow \exists x \exists y (A(x, y) \vee B(x, y))$.

**Примерные задания для расчётно-графической работы №4
по теме «Элементы теории алгоритмов»:**

ВАРИАНТ 1

1. а) Доказать примитивную рекурсивность функции

$$f(n) = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3$$

- б) Доказать частичную рекурсивность функции

$$f(n) = \left\lceil \sqrt[3]{\frac{n}{4}} \right\rceil$$

которая определена только для тех n , для которых ее значение целое неотрицательное число.

2. Доказать примитивную рекурсивность отношений

2.1. Неотрицательное целое число x не делится на 11 без остатка.

2.2. Для неотрицательных целых чисел x и y выполнено неравенство

$$x > 3y + 2.$$

3. В алфавите $V = A \cup \{\alpha, \beta\}$, где $\alpha, \beta \notin A$ задан алгоритм Маркова U со схемой:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha \alpha \rightarrow \beta \\ \beta x \rightarrow x \beta \quad (x \in A) \\ \beta \alpha \rightarrow \beta \\ \beta \rightarrow \lambda \\ \alpha x y \rightarrow y \alpha x \quad (x, y \in A) \\ \lambda \rightarrow \alpha \end{array} \right.$$

Найти результат переработки входного слова $puts$. Как в общем случае действует алгоритм U на входное слово?

4. Дан алфавит $A = \{b, +, =, 1\}$. Построить схему алгоритма Маркова, который “решает”

уравнения вида $b + \underbrace{11\dots 1}_n = \underbrace{11\dots 1}_k$. Если уравнение не имеет решений, то результатом работы

алгоритма должно быть пустое слово. Если корень уравнения равен целому неотрицательному числу m , то результатом работы алгоритма должно быть слово, состоящее из $m+1$ единицы.

5. Построить машину Тьюринга для вычисления функции $f(x) = 5 * sg(x)$.

Примерные задания для контрольной работы:

ВАРИАНТ 1

1. Для множеств A, B и C проверить, является ли тождеством следующее равенство

$$((A \otimes B) - (-A)B) \cup ((A \otimes C) - (-A)C) = -(BC)A.$$

2. Проверить алгебраическим методом, верно ли логическое следствие

$$\{B, C \rightarrow A\} \Rightarrow AC \vee \neg CB.$$

3. Проверить, верно ли логическое следствие

$$\{A \rightarrow B, A \vee C, C \rightarrow B, D \rightarrow A\} \Rightarrow (B \rightarrow D) \rightarrow B.$$

4. Используя семантические таблицы, проверить верно ли логическое следствие

$$\{\forall x (A(x) \vee B(x)), \exists x \neg A(x), \forall x \forall y (B(x) \rightarrow Q(y)), \exists x D(x)\} \Rightarrow \exists x (Q(x) \cdot D(x)).$$

5. Используя метод резолюций, проверить верно ли логическое следствие

$$\{\forall x (A(x) \vee B(x)), \forall x A(x) \rightarrow \exists x Q(x), \forall x (B(x) \rightarrow Q(x))\} \Rightarrow \exists x Q(x).$$

Промежуточная аттестация (экзамен)

Контрольные вопросы по дисциплине:

1. Множества. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение, симметрическая разность. Диаграммы Эйлера-Венна. Основные свойства операций.
2. Доказательство равенства множеств. Теорема Венна и таблицы принадлежности. Булеан. Декартово произведение множеств.
3. Отношения, функции и отображения. Отношение эквивалентности.
4. Мощность множества. Конечные и бесконечные множества, счетные и несчетные множества. Теорема Кантора о несчетности множества всех действительных чисел.

5. Теорема Кантора-Бернштейна. Кардинальные числа.
6. Частично упорядоченные множества, линейный и полный порядок, вполне упорядоченные множества. Ординальные числа, принцип трансфинитной индукции.
7. Аксиома выбора и эквивалентные ей утверждения.
8. Язык логики высказываний. Элементарные и составные высказывания, логические связки, формулы.
9. Интерпретация элементарных высказываний и формул. Булевы функции, таблицы истинности.
10. Тавтологии, выполнимые и невыполнимые формулы. Семантическое следование и логическое равенство формул.
11. Основные логические равенства, булева алгебра. Тожественные преобразования формул.
12. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы, полиномы Жегалкина. Полнота системы логических операций дизъюнкции, конъюнкции и отрицания.
13. Представление произвольной булевой функции формулой, совершенные нормальные формы.
14. Приложение булевых функций для проектирования логических и переключательных схем.
15. Методы распознавания тавтологий и логических равенств формул: таблицы истинности, алгебраический метод, алгоритм Куайна, алгоритм свертки.
16. Общее понятие логического исчисления. Исчисления высказываний гильбертовского типа и генценовского типа.
17. Доказательства в исчислении высказываний методом резолюций. Корректность и полнота метода резолюций для исчисления высказываний.
18. Метод аналитических таблиц в исчислении высказываний. Классификация формул. Альфа и бета правила вывода. Доказуемые формулы.
19. Теорема о корректности метода аналитических таблиц для исчисления высказываний.
20. Лемма Хинтикки для логики высказываний. Теорема о полноте метода аналитических таблиц для исчисления высказываний.
21. Приведение формул исчисления высказываний к ДНФ и КНФ методом аналитических таблиц.
22. Язык логики предикатов первого порядка. Предметные переменные и термы. Предикаты и логические операции. Кванторы существования и всеобщности. Формулы заданной сигнатуры.
23. Истинность формулы на алгебраической системе. Отношение как интерпретация предиката. Булева алгебра отношений. Интерпретации и модели. Истинные, выполнимые и невыполнимые формулы.
24. Семантическое следование и логическое равенство формул в логике предикатов. Основные логические равенства.
25. Тожественные преобразования формул, префиксная нормальная форма.
26. Сколемизация формул. Метод резолюций в исчислении предикатов.
27. Принципы логического программирования и язык программирования Пролог.
28. Приложения исчисления предикатов к базам данных и язык SQL.
29. Метод аналитических таблиц для логики предикатов первого порядка. Классификация формул. Правила вывода. Доказуемые формулы.
30. Корректность метода аналитических таблиц для логики предикатов. Полнота метода аналитических таблиц для логики предикатов.
31. Формальные аксиоматические теории. Примеры. Формальная арифметика.
32. Теорема Гёделя о полноте. О программе Гильберта обоснования математики.
33. Машины Тьюринга. Примеры.
34. Рекурсивные функции и отношения. Примитивная рекурсивность некоторых арифметических функций.

35. Алгоритмы Маркова. Примеры. Эквивалентность моделей алгоритмов.
36. Универсальные частично рекурсивные функции. Теорема Райса.
37. Рекурсивно перечислимые отношения.
38. Неразрешимость исчисления предикатов. Теорема Гёделя о неполноте. Разрешимые и неразрешимые теории.
39. Характеристики сложности алгоритмов. Переборные задачи. Алгоритмы сортировки.
40. Неразрешимые алгоритмические проблемы.

Примерные задания для итоговой контрольной работы:

ВАРИАНТ 1

1. Проверить равенство $a \downarrow (b \vee c) = (a \downarrow b) \wedge (a \downarrow c)$ с помощью таблиц истинности.
2. Формулу $((a \uparrow b) \vee (b \uparrow c)) \rightarrow (a \downarrow c)$ представить в КНФ, ДНФ, СКНФ, СДНФ.
3. Проверить алгебраическим методом, верно ли логическое следствие $\{A \rightarrow B, C \rightarrow D, (B \wedge D) \rightarrow E, E, A\} \Rightarrow \neg C$.
4. Найти область истинности выражения $(x, y \in \mathbb{R})$
 $\neg(\exists x (0 \leq x \leq 3) \wedge (y \geq -2) \rightarrow \forall x (y > 2) \vee (x > 0))$
5. База данных задана в сигнатуре: Завод(x), Деталь(x), Город(x), Производит(x, y), Потребляет(x, y), Поставщик(x), Заказчик(x), Находится(x, y), Поставляет(x, y, z).
 - 5.1. Написать «разумные» ограничения целостности для этой базы данных (не менее 5).
 - 5.2. Учитывая решение п. 5.1., выразить следующее ограничение целостности в виде формулы: в каждый город поставляются какие-нибудь детали.
 - 5.3. Написать запрос-формулу, область истинности которой составляют города, в которые поставляются детали из Новосибирска.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1 Список источников и литературы

Литература

Основная

1. Аляев Ю.А. Дискретная математика и математическая логика: учебник/ Ю.А. Аляев, С.Ф.Тюрин. - М.: Финансы и статистика, 2006. - 364с.
2. Успенский В.А. Вводный курс математической логики / В. А. Успенский, Н. К. Верещагин, В. Е. Плиско. - [2-е изд.]. - М.: Физматлит, 2004. - 125 с.
3. Судоплатов, С. В. Математическая логика и теория алгоритмов : учебник и практикум для вузов / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 207 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12274-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510826>.

Дополнительная

1. Акимов О. Е. Дискретная математика: логика, группы, графы / О. Е. Акимов. - Изд. 2-е, доп. - М. : Лаб. базовых знаний, 2003. - 376 с.
2. Гладкий А. В. Математическая логика / А. В. Гладкий ; [Рос. гос. гуманитарный ун-т]. - М. : РГГУ, 1998. - 479 с.
3. Гринченков Д. В. Математическая логика и теория алгоритмов для программистов : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности "Программное обеспечение вычисл. техники и автоматизир. систем" направления подгот. "Информатика и вычисл. техника" / Д. В. Гринченков, С. И. Потоцкий. - Москва: КноРус, 2014. - 206 с.

4. Достоверный и правдоподобный вывод в интеллектуальных системах / В. Н. Вагин и др. - М.: Физматлит, 2004. - 703 с.
5. Клини Стефан Коул. Математическая логика / С. К. Клини; пер. с англ. Ю. А. Гастева; под ред. Г. Е. Минца; предисл. Ю. А. Гастева и Г. Е. Минца. - Изд. 4-е. - М.: URSS : ЛКИ, 2008. - 480 с.
6. Колмогоров А. Н. Математическая логика: учеб. пособие для студентов мат. специальностей вузов/ Колмогоров А. Н., Драгалин А. Г. - М.: УРСС, 2004. - 238 с.
7. Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов / Лавров И.А, Максимова Л. Л. - 3-е изд. - М.: Физматлит, 1995. - 255 с.
8. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. - 2-е изд., испр. - М.: Наука, 1976. - 320 с. +1971
9. Непейвода Н. Н. Прикладная логика : Учеб. пособие. - Ижевск : Изд-во Удмурт. ун-та, 1997. - 383 с.

6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

1. Бояршинов Б.С. Математическая логика. Учеб. курс НОУ ИНТУИТ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.intuit.ru/department/mathematics/mathlogic/>
2. Учебно-образовательная физико-математическая библиотека на портале МИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>

Национальная электронная библиотека (НЭБ) www.rusneb.ru
 ELibrary.ru Научная электронная библиотека www.elibrary.ru

6.3 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

Доступ к профессиональным базам данных: <https://liber.rsuh.ru/ru/bases>

Информационные справочные системы:

1. Консультант Плюс
2. Гарант

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для обеспечения дисциплины используется материально-техническая база образовательного учреждения: учебные аудитории, оснащённые доской, компьютером или ноутбуком, проектором (стационарным или переносным) для демонстрации учебных материалов.

Состав программного обеспечения:

1. Windows
2. Microsoft Office
3. Kaspersky Endpoint Security

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или могут быть заменены устным ответом; обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств; письменные задания оформляются увеличенным шрифтом; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

- для глухих и слабослышащих: лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования; письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме; экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих: в печатной форме увеличенным шрифтом, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

- для глухих и слабослышащих: в печатной форме, в форме электронного документа.

- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих: устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE; дисплеем Брайля PAC Mate 20; принтером Брайля EmBraille ViewPlus;

- для глухих и слабослышащих: автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих; акустический усилитель и колонки;

- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1; компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

9. Методические материалы

9.1 Планы практических занятий

Тема 1. Операции над множествами и их свойства

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из задачника Лаврова И.А., Максимовой Л.Л. Часть 1 § 1 (дополнительная литература):

Задачи для решения в аудитории:	Часть 1 § 1 1, 5, 7, 11 (е), 12 (а, в, д, ж, о, р, с), 13 (а, в, д, ж), 14 (б)
Домашнее задание:	Часть 1 § 1 10, 11 (ж, з), 12 (б, г, е, з, и, н, п, т), 13 (б, г, е), 14 (в)
Дополнительно:	Часть 1 § 1 13 (з, и, к, л, м, н), 14 (г, д, е, ж, з, и, к)

Контрольные вопросы:

1. Операции над множествами.
2. Диаграммы Эйлера-Венна.
3. Основные свойства операций.
4. Доказательство равенства множеств.
5. Теорема Венна и таблицы принадлежности.
6. Множество всех подмножеств данного множества.
7. Декартово произведение множеств.

Тема 2. Решение систем уравнений с одним неизвестным множеством

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из задачника Лаврова И.А., Максимовой Л.Л. Часть 1 § 1 (дополнительная литература):

Задачи для решения в аудитории:	Часть 1 § 1 27, 30, 31 (а, б, в, г), 32 (б), 34, 36 (в, е)
Домашнее задание:	Часть 1 § 1 28, 32 (а, в), 35, 36 (г, ж), 38 (а, б)
Дополнительно:	Часть 1 § 1 29, 38 (в)

Контрольные вопросы:

1. Приведение уравнений с одним неизвестным множеством к стандартному виду.
2. Решение стандартного уравнения.
3. Приведение систем уравнений к одному уравнению.
4. Решение уравнений и систем уравнений с одним неизвестным множеством

Тема 3. Отношения и функции

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из задачника Лаврова И.А., Максимовой Л.Л. Часть 1 § 2, § 3 (дополнительная литература):

Задачи для решения в аудитории:	Часть 1 § 2 1 (а), 6 (а, г), 8 (а, в), 14 (а), 23 (а), 31 (а) Часть 1 § 3 1, 6 (а, в), 10, 26, 39
Домашнее задание:	Часть 1 § 2 1 (б), 6 (б, д), 8 (б, г), 14 (б, г), 15 (а, б)

Дополнительно:	Часть 1 § 3 2, 6 (б, г), 11
	Часть 1 § 2 9, 12 (а, б, в, г, д), 28, 41
	Часть 1 § 3 3, 7, 8, 12, 29

Контрольные вопросы:

1. Отношения, функции и отображения.
2. Отношение эквивалентности.
3. Частично упорядоченные множества.
4. Линейный и полный порядок.
5. Вполне упорядоченные множества.

Тема 4. Алгебра высказываний

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из задачника Лаврова И.А., Максимовой Л.Л. Часть 2 § 1 (дополнительная литература):

Задачи для решения в аудитории:	Часть 2 § 1 1(в), 3(а), 7(а, в, д), 8(б), 9(а, в, д, ж, и)
Домашнее задание:	Часть 2 § 1 1(г), 3(б), 7(б, г, е), 8(в), 9(б, г, е, з, к)
Дополнительно:	Часть 2 § 1 2, 9(с, т, у, ф, х), 10

Контрольные вопросы:

1. Элементарные и составные высказывания, логические связки, формулы.
2. Интерпретация элементарных высказываний и формул.
3. Булевы функции, таблицы истинности.
4. Тавтологии, выполнимые и невыполнимые формулы.
5. Семантическое следование и логическое равенство формул.
6. Основные логические равенства, булева алгебра.

Тема 5. Нормальные формы в исчислении высказываний

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из задачника Лаврова И.А., Максимовой Л.Л. Часть 2 § 1 (дополнительная литература):

Задачи для решения в аудитории:	Часть 2 § 1 12, 13(а), 19(а, в, д, ж, и), 20(а, в, д, ж, и, л, н), 24(а), 35(а)
Домашнее задание:	Часть 2 § 1 13(б, в), 19(б, г, е, з, к), 20(б, г, е, з, к, м), 24(б), 35(б)
Дополнительно:	Часть 2 § 1 20(о, п, р), 21, 24(в), 36

Контрольные вопросы:

1. Тождественные преобразования формул в исчислении высказываний.
2. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы.
3. Полиномы Жегалкина.
4. Полнота системы логических операций дизъюнкции, конъюнкции и отрицания.
5. Представление произвольной булевой функции формулой.
6. Совершенные нормальные формы.

Тема 6. Распознавание тавтологий и проверка логических следствий

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из книги Непейвода Н. Н. Глава 9 (дополнительная литература):

Задачи для решения в аудитории:	Каждую задачу решить тремя методами: алгоритм Куайна, алгоритм свертки, метод резолюций Глава 9 №№ 9.2.3, 9.2.5, 9.2.7, 9.2.9, 9.2.11
Домашнее задание:	Глава 9 №№ 9.2.2, 9.2.4, 9.2.6, 9.2.8, 9.2.10
Дополнительно:	Глава 9 №№ 9.2.12 - 9.2.21

Контрольные вопросы:

1. Методы распознавания тавтологий и логических следствий: алгебраический метод, алгоритм Куайна, алгоритм свертки.
2. Общее понятие логического исчисления.
3. Доказательства в исчислении высказываний методом резолюций.
4. Корректность и полнота метода резолюций для исчисления высказываний.

Тема 7. Метод аналитических таблиц в исчислении высказываний

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из книги Непейвода Н. Н. Глава 9 (дополнительная литература):

Задачи для решения в аудитории:	Глава 9 №№ 9.2.9, 9.2.11, 9.2.13, 9.2.15, 9.2.17, 9.2.19, 9.2.21
Домашнее задание:	Глава 9 №№ 9.2.8, 9.2.10, 9.2.12, 9.2.14, 9.2.16, 9.2.18, 9.2.20,
Дополнительно:	Глава 9 №№ 9.2.2 - 9.2.7

Контрольные вопросы:

1. Метод аналитических таблиц в исчислении высказываний.
2. Классификация формул. Альфа и бета правила вывода.
3. Доказуемые формулы.
4. Теорема о корректности метода аналитических таблиц для исчисления высказываний.
5. Теорема о полноте метода аналитических таблиц для исчисления высказываний.
6. Приведение формул исчисления высказываний к ДНФ и КНФ методом аналитических таблиц.

Тема 8. Язык логики предикатов

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из задачника Лаврова И.А., Максимовой Л.Л. Часть 2 § 4, § 5 (дополнительная литература):

Задачи для решения в аудитории:	Часть 2 § 4 1(б), 2(б), 4(а), 6(б), 12(а, б, д), 17(а, в) Часть 2 § 5 7(в, г), 8(а, в), 15(в)
Домашнее задание:	Часть 2 § 4 1(в), 2(в), 4(б), 6(в), 12(в, г, е), 17(б, г)

4. Определение машины Тьюринга.
5. Примеры машин Тьюринга.
6. Вычислимые функции.

Тема 14. Нормальные алгоритмы Маркова

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из книги Мендельсона Э. Глава 5 § 1 (дополнительная литература):

Задачи для решения в аудитории:	Глава 5 § 1 стр. 232 упр. 1(а, с), 2(а), 3, 4(а, с, е); стр. 248 упр. 1
Домашнее задание:	Глава 5 § 1 стр. 232 упр. 1(б, d), 2(б), 4(б, d); стр. 249 упр. 1
Дополнительно:	Глава 5 § 1 стр. 250 упр. 1, 2

Контрольные вопросы:

1. Понятие нормального алгоритма Маркова.
2. Примеры алгоритмов Маркова.
3. Композиция алгоритмов Маркова.
4. Функции, вычислимые при помощи алгоритмов Маркова.

Тема 15. Формальная арифметика

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из книги Гладкого А.В. Глава 8 (дополнительная литература):

Задачи для решения в аудитории:	Глава 8 стр. 416 упр. 1(а), 3(а), 4(а, в), 6(а), 7(а, в), 10(а), 11(а), 15, 18(а), 19
Домашнее задание:	Глава 8 стр. 416 упр. 1(б), 3(б), 4(б, г), 6(б), 7(б, г), 10(б), 11(б), 16, 18(б), 20
Дополнительно:	Глава 8 стр. 416 упр. 5, 8, 9, 12, 21

Контрольные вопросы:

1. Формальная арифметика.
2. Представление в формальной арифметике предикатов и функций.
3. Арифметизация выводов.
4. Теорема Гёделя о неполноте.

9.2 Методические рекомендации по подготовке письменных работ

Требования к подготовке и содержанию письменных работ (реферата, доклада):

1. Соответствие содержания теме и плану работы.
2. Полнота и глубина раскрытия основных понятий проблемы.
3. Достаточность фактов, позволяющих проиллюстрировать актуальность избранной проблемы, способы ее решения.
4. Работа с литературой, систематизация и структурирование материала.
5. Обобщение и сопоставление различных точек зрения по рассматриваемому вопросу.

6. Наличие и четкость выводов, резюме.

АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Математическая логика» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

Цель дисциплины: формирование у студентов базовых представлений о теории множеств, общей теории формальных исчислений, теории алгоритмов и теории доказательств.

Задачи: студенты должны усвоить основные понятия и теоремы теории множеств, логики высказываний и предикатов, исчисления высказываний и предикатов, а также теории алгоритмов.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

- ОПК-1 - способен применять знание фундаментальной математики и естественнонаучных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: основные понятия математической логики и теории множеств, логико-математические языки, логические законы, формальные аксиоматические теории, континуум-гипотезу и аксиому выбора, машины Тьюринга, рекурсивные и рекурсивно-перечислимые множества и предикаты, примитивно-рекурсивные функции, элементы теории доказательств

Уметь: применять математический аппарат при решении типовых задач, а также обнаруживать применимость аппарата математической логики для решения задач из родственных областей науки и ее приложений

Владеть: способностью и готовностью к изучению дальнейших понятий и теорий, разработанных в современной математической логике, а также к оценке степени адекватности предлагаемого аппарата к решению прикладных задач.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ¹

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола

¹ Для ОП ВО магистратуры изменения только за 2020 г.